Lycée IBN KHALDOUN	DEVOIR DE SYNTHESE N°1	Prof : MAIRCH MEHREZ
2017/2018/Classe 4^{eme}EG 3-4	MATHEMATIQUES	Durée : 120mn

EXERCICE1 : (6points)

Pour contrôler la qualité de son produit, une usine de fabrication de machines effectue deux tests. Le premier test pour vérifier la partie électrique et le deuxième test pour vérifier la partie mécanique du produit. Les deux tests sont faits indépendamment l'un de l'autre.

On constate que :

- 81 % des machines n'ont aucun défaut.
- 10 % des machines ont un défaut électrique.
- Parmi les machines ayant un défaut électrique, 30 % ne présentent pas de défaut mécanique.

On note les événements suivants:

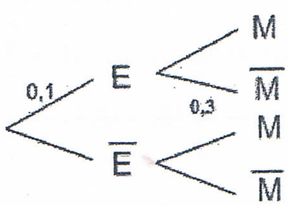
E : « la machine présente un défaut électrique »

M : « la machine présente un défaut mécanique »

1) a- Déterminer $p(E)$ et $p(\overline{E}\cap\overline{M})$.

b- En déduire que $p(\overline{M}/\overline{E})=0,9$.

2) a- Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous associé à cette situation.



b - Montrer que $p(M)=0,16$

c - Soit p la probabilité qu'une machine présente au moins un des deux défauts.

Montrer que $p=0,19$.

3) On effectue le contrôle de 20 machines.

On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de machines qui présentent au moins un des deux défauts.

a- Justifier que X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.

b- Calculer la probabilité que deux exactement des 20 machines présentent au moins un des deux défauts.

EXERCICE2 : (5points)

Le plan est rapporte a un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$La courbe (C_f)ci-dessous représente une fonction f définie sur IR et la droite **T** est la tangente à la courbe (C_f) au point A (1,2)

1) Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, ________ et $\lim\limits_{x\to 0^-} f(\frac{1}{x})$

2)Ecrire une équation cartésienne de la tangente **T** à (C_f)au point d'abscisse 1

3)Dresser le tableau de variations de f sur IR

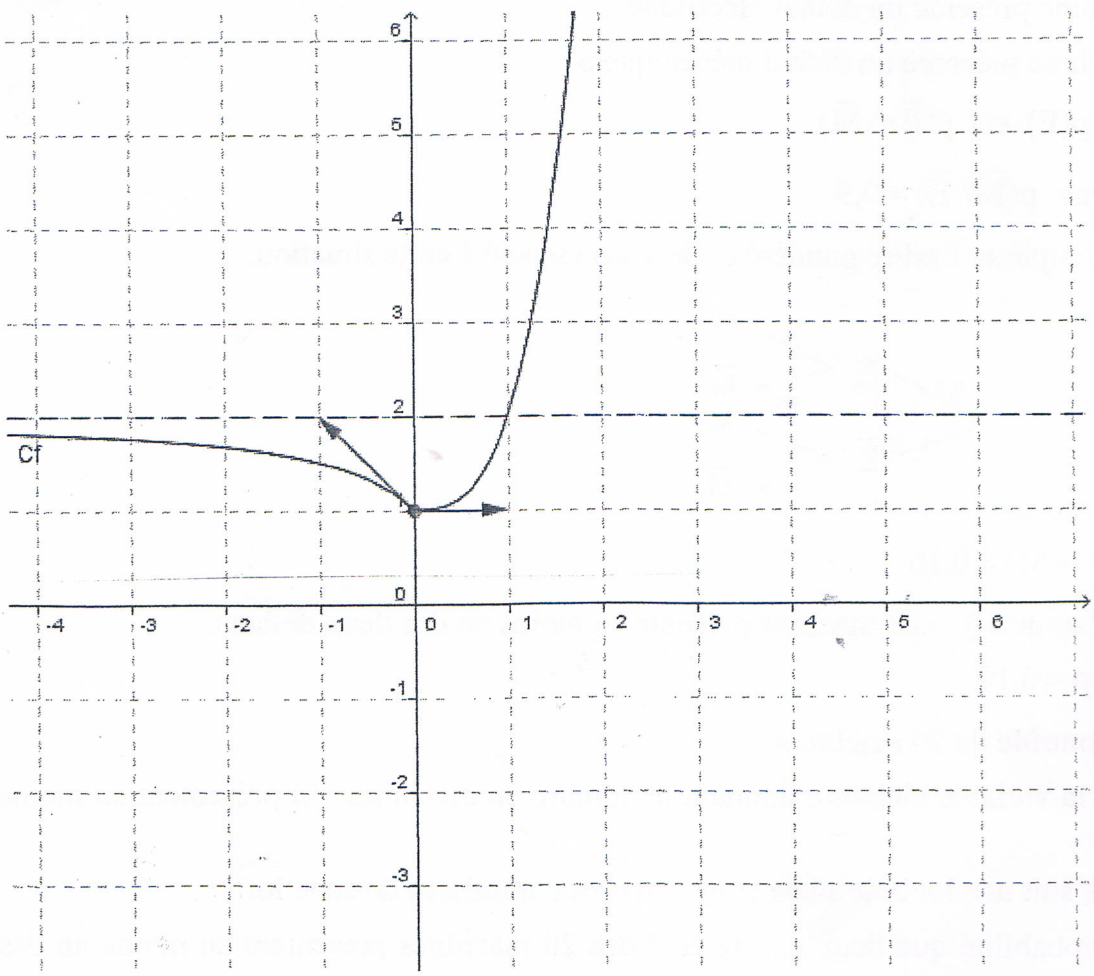
4) Soit g la restriction de f sur $[0,+\infty[$

a. Montrer que g est une bijection de $[0,+\infty[$ sur sur un intervalle **J** que l'on précisera

b.Construire la courbe (ζ ') de g^{-1} puis dresser le tableau de variations de g^{-1}

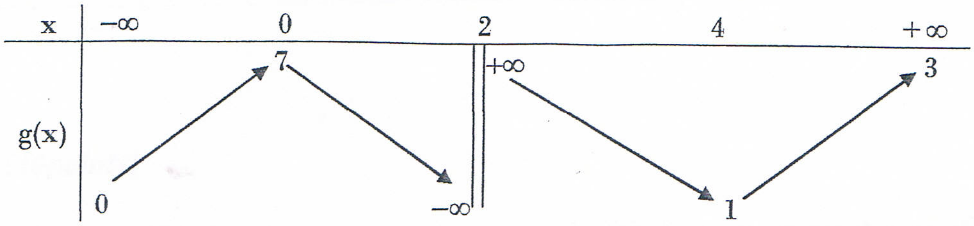
c. Calculer $(g^{-1})'(2)$

d. g^{-1}est elle dérivable a droite en 1 ? Justifier votre réponse



EXERCICE3 : (3points)

Le tableau ci- dessous représente les variations d'une fonction f .



a- Préciser le domaine de définition D_f de la fonction f.

b-Déterminer le nombre des solutions de chacune des équations suivantes : f(x)=0 ; f '(x)=0.

c- Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to -\infty} f \circ f(x)$.

d- Déterminer : $f([0;2[)$; $f(]2;+\infty[)$ et $f([4;+\infty[)$

EXERCICE4 : (6points)

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

1. (a) Donner les valeurs des coefficients a_{21} et a_{13} de la matrice A.
   (b) Calculer $dét(A)$.
   (c) En déduire que A est inversible.
2. (a) Montrer que $5A - A^2 = 4I_3$ ou I_3 est la matrice unité d'ordre 3.
   (b) En déduire que $A^{-1} = \frac{1}{4}(5I_3 - A)$.
3. (a) Donner l'écriture matricielle du système $(S) : \begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ x + y + 2z = 5 \end{cases}$
   (b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}^3$ le systéme (S) .